



PERIODES ET MASSE DE LA PLANETE MERCURE

Par Gilles Dodray et Alain Doressoundiram
Observatoire de Paris

Niveau : Lycée

On utilise les données recueillies avec le logiciel Stellarium lors du TP_Observer_Mercure : Ouvrir le logiciel Stellarium. Dans le menu affichage, afficher l'horizon (ligne verte), l'écliptique (trajectoire apparente du Soleil et des planètes, ligne rouge), les points cardinaux (N,E,S,O sur l'horizon), décocher l'atmosphère, la brume, le paysage, choisir la projection de Hammer-Haitoff, la grille azimutale.

Si nécessaire, choisir dans les plugins le « goniomètre », appareil à mesurer les distances angulaires dans le ciel. L'icône de mesure des angles apparaît dans le menu de bas de page.

Rechercher l'objet Mercure centrer sur lui avec la barre d'espace.

Entre le début d'année 2015 et la fin Avril 2016, rechercher les jours où l'élongation de Mercure, c'est à dire l'angle dans le ciel entre Mercure et le Soleil, est maximale. On fera les mesures à l'aide du goniomètre. Préciser alors la hauteur de Mercure par rapport à l'horizon au coucher du Soleil. Si cette hauteur est négative (Mercure est alors sous l'horizon), préciser la hauteur de Mercure par rapport à l'horizon au lever du Soleil le même jour. Entrer les résultats dans les lignes manquantes du Tableau1_Mercure2016 ci-dessous.

DATE	élongation en °	auteur en ° au coucher du Soleil	hauteur en ° au lever du Soleil
20150114	19	12,5	
20150223	27	-23	8.5
20150504	21	+18.5	
20150622	22	-15	9.5
20150827	26	7	
20151016	18	-4	17
20151218	19.5	11	
20160207	26	-20.5	9.5
20160418	20	18	
20160606	24	-18	8.5
20160814	27.5	8	
20160928	18	-4	16.5
20161211	21	9	

Ces données sur les élongations de Mercure sont recopiées dans le Tableau2_Mercure2016.

1°)

Compléter ce nouveau tableau de façon à obtenir l'élongation maximale moyenne de Mercure sur les années 2015 et 2016.

Les durées séparant deux élongations de Mercure de même type (Est ou Ouest) sont indiquées. Par exemple, la case D22 contient la formule : « =A23-A22 » car le tableur convertit directement en jours la différence de dates entre le 16 Janvier 2015 et le 4 Mai 2015.

Calculer dans le tableau les moyennes des « périodes Est » et « période Ouest », en déduire la période synodique T_N de Mercure, c'est à dire sa période apparente depuis la Terre.

Corrigé : voir tableau2

2°)

Le calcul de la période sidérale d'une planète inférieure comme Mercure ou Vénus est donné par la formule : $T_N^{-1} = T_P^{-1} - T_T^{-1}$ où T_N est la période synodique de la planète inférieure, T_P est la période sidérale de la planète inférieure et T_T est la période sidérale de la Terre, c'est à dire 365,25 jours. (on peut facilement retrouver cette formule par soi-même).

Calculer la période sidérale de Mercure.

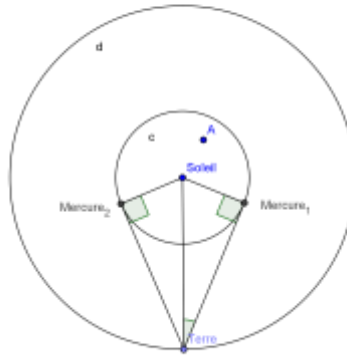
Corrigé : le tableau2 donne $T_N=116,18$ jours, $T_T = 365,25$ jours. E, remplaçant dans la relation, on obtient que la période sidérale de Mercure est $T_M=88$ jours.

3°)

A partir de l'élongation maximale moyenne de Mercure obtenue dans le tableau2, déterminer la distance moyenne a_M entre le Soleil et la planète Mercure en unités astronomiques(UA) puis en kilomètres(km). On supposera que la trajectoire de Mercure est un cercle du plan écliptique centré sur le Soleil, ce qui n'est pas exactement le cas en réalité. Voir figure ci-dessous.

ST=1 unité astronomique

→STM=20°



Corrigé : lors d'une élongation maximale, le triangle STM est rectangle en M d'après la figure ci-dessus. En prenant 22° comme moyenne d'élongation maximale d'après le tableau2, on obtient $a_M = 1 \sin(22^\circ) = 0,37$ UA soit aussi $a_M = 0,37 * 150 \text{ Mkm} = 56 \text{ Mkm}$.

Les valeurs usuelles sont $a_M = 0,387 \text{ UA}$ pour le demi grand axe de la trajectoire de Mercure avec une unité astronomique de $1 \text{ UA} = 149,6 \text{ Mkm}$.

4°)

A partir des valeurs a_M et T_M de la distance Mercure-Soleil et de la période sidérale de Mercure obtenues, et de la troisième loi de Képler, calculer la masse du Soleil. On pourra rechercher sur internet cette loi et la valeur de la constante gravitationnelle.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G * M}{4 * \pi^2}$$

Corrigé : la 3ème loi de Képler énonce que : $\frac{a^3}{T^2} = \frac{G * M}{4 * \pi^2}$ pour un satellite de masse négligeable devant l'astre central ; a est la distance du satellite au centre de l'astre, T sa période sidérale, G la constante gravitationnelle ($G = 6,67 * 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$).

$a_M = 56 * 10^9 \text{ m}$, $T_M = 88 * 24 * 3600 \text{ s}$ et en remplaçant dans la loi de Képler, il vient que la masse M du Soleil vaut $1,8 * 10^{30} \text{ kg}$. La valeur correcte est $2 * 10^{30} \text{ kg}$.

5°)

Au soir du 18 Avril 2016, l'élongation de Mercure est maximale et mesurée comme valant 20°. L'image obtenue au télescope donne un diamètre apparent de 8 secondes d'arc pour Mercure. Il a fallu auparavant établir expérimentalement la correspondance entre pixel d'image et angle en secondes d'arc (à défaut d'observations réelles, on peut utiliser le planiciel Stellarium).

Calculer le diamètre réel D_M de Mercure. Proposer une évaluation de sa masse en supposant que Mercure est de constitution comparable à la Terre. Que pourrait-on en déduire réciproquement ? On pourra pour cela chercher sur internet les valeurs du rayon terrestre et de la masse de la Terre (ces valeurs peuvent être obtenues expérimentalement par mesures d'ombres pour le rayon terrestre, par étude de trajectoires de satellites artificiels pour la masse terrestre).

Corrigé : en appelant d_M la distance entre la Terre et Mercure au soir du 18 Avril 2016,

$\tan(8/3600) = D_M/d_M$. D'où $D_M = 5391 \text{ km}$, c'est à dire un rayon de 2695 km . La valeur correcte est assez loin avec un rayon de 2420 km : l'excentricité de l'orbite et son inclinaison sur l'écliptique en sont les causes essentielles avec la mesure du diamètre apparent de Mercure.

Les masses étant proportionnelles au cube des rayons, la masse m_M de Mercure vaut $(2695/6378)^3$

masses terrestres. La masse de la Terre étant de $6 \cdot 10^{24}$ kg, on obtient $m_M = 4,5 \cdot 10^{23}$ kg. En partant de la valeur correcte de 2420 km pour le rayon, on obtiendrait une masse $m_M = 3,28 \cdot 10^{23}$ kg qui est la valeur communément admise. On peut ainsi en déduire de plus que la planète Mercure a probablement une constitution analogue à la Terre.