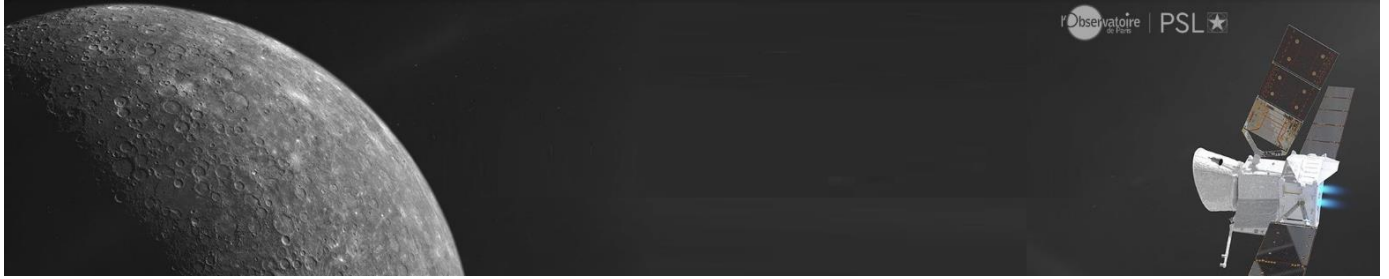


EXERCICE type baccalauréat blanc, niveau Terminale S
BEPICOLOMBO S'ENVOLE VERS MERCURE, UN DEFI TECHNOLOGIQUE.



En 2018, l'ESA et la JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency) lancent deux sondes en direction de Mercure dans le cadre de la mission BepiColombo. Objectif : En savoir plus sur cette planète, qui reste encore mal connue des planétologues.

La mission européenne BepiColombo lancera en octobre 2018, grâce à une fusée Ariane 5, les deux sondes MPO (Mercury Planetary Orbiter) et MMO (Mercury Magnetospheric Orbiter). Quand elles arriveront en orbite autour de Mercure début 2024, les sondes effectueront leurs mesures par des températures maximales de 350°C, et ce pendant une année éventuellement renouvelable.

Leur mission ? Pour MPO, il s'agira de réaliser une cartographie complète de Mercure, d'étudier sa composition et sa structure interne. Quant à MMO, son travail consistera à analyser son champ magnétique et sa magnétosphère (la magnétosphère est la zone située autour d'un corps céleste dont les caractéristiques physiques sont régies par le champ magnétique émis par ce dernier).

Les données recueillies permettront de mieux comprendre la formation et l'évolution des planètes « internes » (une planète est dite interne lorsqu'elle est proche de son étoile), une catégorie à laquelle appartient la Terre.

D'après <https://www.planete-mercure.fr/la-missions-spatiale>

Les parties A1, A2, B et C de cet exercice sont indépendantes ainsi que les notations utilisées.

Partie A : Le lancement de la fusée Ariane 5.



Le 19 octobre au soir, heure de Kourou (il sera près de 4h00 du matin en France métropolitaine), la fusée Ariane 5 va donc décoller avec ses 700 tonnes, emportant comme charge utile quatre modules de BepiColombo.

D'après <https://www.planete-mercure.fr/lancement>

A1 : On se propose dans cette partie d'étudier le début du décollage de la fusée en utilisant la grandeur « quantité de mouvement ».

Pour ce faire, on se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

À la date $t = 0$ s, le système est immobile.

À $t = 1$ s, la fusée a éjecté une masse de gaz notée m_g , à la vitesse $\vec{v}_g$.

Sa masse est alors notée M_f et sa vitesse $\vec{v}_f$.

Données :

- Intensité du champ de pesanteur à Kourou : $g = 9,78 \text{ N.kg}^{-1}$
- Débit d'éjection des gaz au décollage : $D = 2,9 \times 10^3 \text{ kg.s}^{-1}$
- Vitesse d'éjection des gaz au décollage : $v_g = 4,0 \text{ km.s}^{-1}$

1. Modèle simplifié du décollage

Dans ce modèle simplifié, on suppose que le système {fusée + gaz} est isolé.

- 1.1. En comparant la quantité de mouvement du système considéré aux dates $t = 0 \text{ s}$ et $t = 1 \text{ s}$, montrer que :

$$\vec{v}_f = - \frac{m_g}{M_f} \cdot \vec{v}_g$$

Quelle est la conséquence de l'éjection de ces gaz sur le mouvement de la fusée ?

- 1.2. Après avoir montré numériquement que la variation de la masse de la fusée est négligeable au bout d'une seconde après le décollage, calculer la valeur de la vitesse de la fusée à cet instant.

2. Étude plus réaliste du décollage

- 2.1. En réalité la vitesse v_f est nettement inférieure à celle calculée à la question 1.2. En supposant que le système {fusée + gaz} est isolé, quelle force n'aurait-on pas dû négliger ?

- 2.2. On considère désormais le système {fusée}. Il est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la force de poussée $\vec{F}$ définie par $\vec{F} = -D \cdot \vec{v}_g$ où D est la masse de gaz éjecté par seconde.

2.2.1. Montrer que le produit $(D \cdot v_g)$ est homogène à une force.

2.2.2. Vérifier, par une application numérique, que la fusée peut effectivement décoller.

A2 : On se propose dans cette partie d'étudier le décollage de la fusée en utilisant les lois de Newton.

Pour ce lancement, la fusée Ariane 5 a une masse totale M . Sa propulsion est assurée par un ensemble de dispositifs fournissant une force de poussée verticale constante $\vec{F}$. Tout au long du décollage, on admet que l'intensité du champ de pesanteur g est également constante. On étudie le mouvement du système { fusée } dans le référentiel terrestre supposé galiléen et on choisit un repère $(O, \vec{j})$ dans lequel $\vec{j}$ est un vecteur unitaire vertical dirigé vers le haut et porté par l'axe Oy .

À l'instant $t_0 = 0 \text{ s}$, Ariane 5 est immobile et son centre d'inertie G est confondu avec l'origine O .

On utilise les notations :

a : Valeur de l'accélération du centre d'inertie de la fusée, avec $\vec{a} = a_y \cdot \vec{j} = a \cdot \vec{j}$

v : Valeur de la vitesse de son centre d'inertie, avec $\vec{v} = v_y \cdot \vec{j} = v \cdot \vec{j}$

y : Valeur de la position de son centre d'inertie, avec $\vec{OG} = y \cdot \vec{j}$

Données :

- Masse totale de la fusée : $M = 7,00 \times 10^5 \text{ kg}$
- Force de poussée : $F = 1,16 \times 10^7 \text{ N}$
- Intensité du champ de pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

1.1. Cas idéal

Dans ce cas, on supposera que seuls le poids $\vec{P}$ et la force de poussée $\vec{F}$ agissent sur la fusée. Pendant la durée de fonctionnement, on admettra que la masse de la fusée reste constante.

- 1.1.1. Sans faire de calcul, représenter ces forces sur un schéma pendant le décollage.
- 1.1.2. En appliquant une loi de Newton au système { fusée }, trouver l'expression littérale de la valeur a de l'accélération dès que la fusée a quitté le sol.
- 1.1.3. Calculer la valeur a de cette accélération.
- 1.1.4. Pendant le lancement, on suppose que la valeur de l'accélération reste constante. Déterminer l'équation horaire de la valeur $v(t)$ de la vitesse.
- 1.1.5. En déduire l'équation horaire $y(t)$ de la position du centre d'inertie de la fusée.
- 1.1.6. La trajectoire ascensionnelle de la fusée reste verticale jusqu'à la date $t_1 = 6,0$ s. Quelle distance la fusée a-t-elle parcourue depuis son décollage ?

1.2. Cas réel

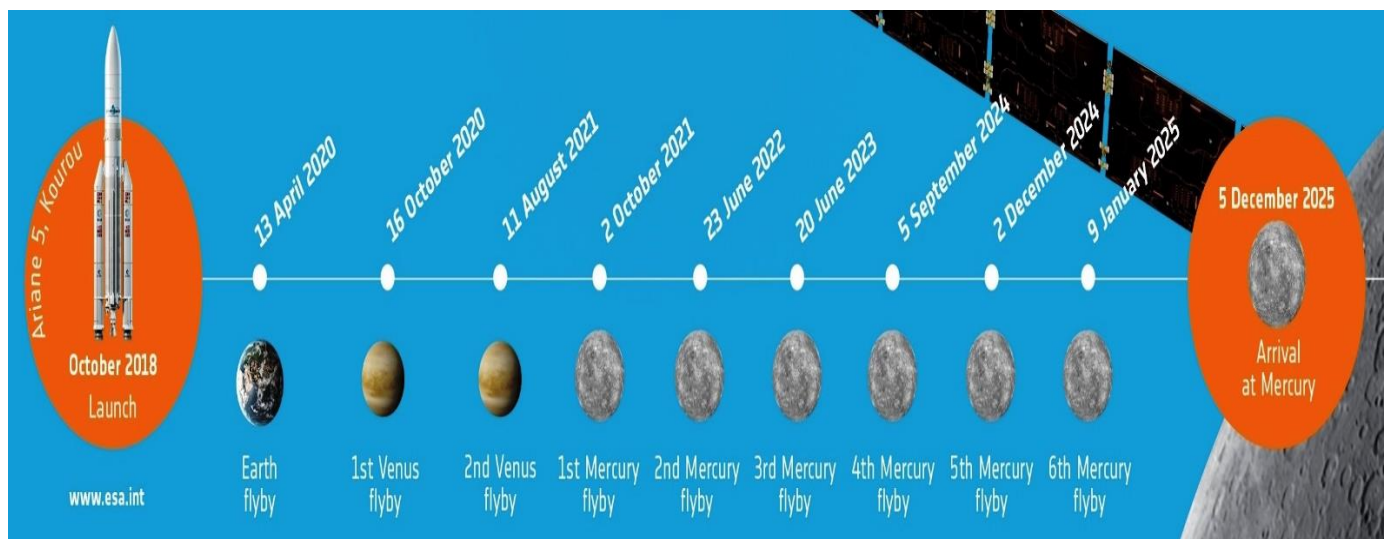
Au cours de ce lancement, Ariane 5 a en fait parcouru un peu moins de 90 m pendant les 6 premières secondes. Comment expliquer cet écart ?

Partie B : Le voyage jusqu'à Mercure : Importance de l'assistance gravitationnelle.

Document 1 :

Octobre 2018 : Le Lancement. C'est certes une étape importante, mais les scientifiques devront patienter 7 années encore avant l'arrivée des sondes à Mercure. En effet, ce voyage étonnamment long est requis car même si la distance semble courte entre la Terre et Mercure, c'est aussi difficile que d'envoyer une sonde vers Saturne. Dans notre cas, il va falloir beaucoup d'énergie pour freiner et ne pas « tomber » dans le Soleil.

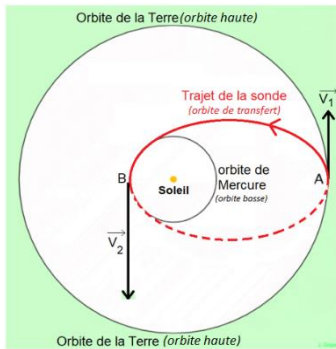
D'après <https://www.planete-mercure.fr/construire-une-missions-spatiale>



Le voyage vers Mercure dure un peu plus de sept ans en combinant l'action des moteurs ioniques et le recours à l'assistance pour parvenir à destination. Ainsi, le vaisseau spatial survole à faible altitude la Terre à une reprise (un an et demi après son lancement), Vénus à deux reprises et enfin Mercure à six reprises, la vitesse relative du vaisseau tombant alors à moins de deux kilomètres par seconde de façon à être « capturé » par la planète.

D'après <https://fr.wikipedia.org/wiki/BepiColombo#Lancement>

1. Comparaison entre la durée d'un trajet avec et sans assistance gravitationnelle.



Pour envoyer une sonde depuis la Terre vers une planète, de nombreuses trajectoires sont possibles, qui diffèrent par le temps de parcours et la quantité de carburant nécessaire. La trajectoire la plus économique est la trajectoire de Hohmann, qui est tangente aux orbites de départ et d'arrivée. Le départ est la Terre, l'arrivée Mercure. On néglige la mise en station de la sonde autour de la Terre.

Durée du vol : Ce point est important, étant donné que nous sommes toujours pressés !

Il est possible de montrer que la durée d'un tel vol vaut :

$$\Delta t = \pi \sqrt{\frac{a_{TM}^3}{G.M_S}}$$

Avec : $a_{TM} = 103,75 \times 10^9 \text{ m}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$; masse du Soleil : $M_S = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$.

1.1. Calculer la durée d'un vol allant directement de la Terre vers Mercure.

1.2. On peut imaginer que la sonde fasse un trajet en 2 temps :

① Trajet Terre-Vénus selon le même modèle que précédemment. $a_{TV} = 1,289 \times 10^{11} \text{ m}$

② Trajet Vénus-Mercure selon le même modèle que précédemment. $a_{VM} = 8,305 \times 10^{10} \text{ m}$

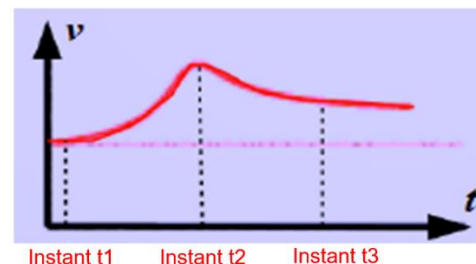
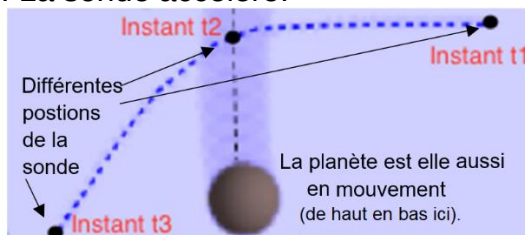
1.2.1. Calculer la durée du vol de la Terre à Vénus puis de Vénus à Mercure.

1.2.2. La somme de ces deux durées est supérieure à la durée du trajet direct calculé à la question 1.1. D'après les documents 1 et 2, quel peut être l'intérêt de faire ce trajet qui dure plus longtemps ?

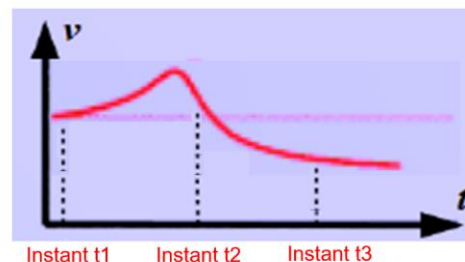
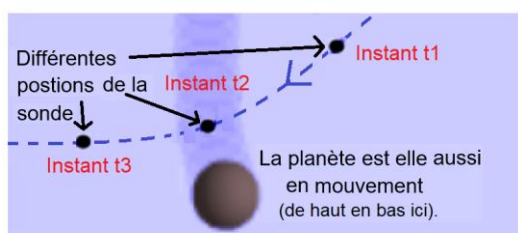
Document 2 : Principe de l'assistance gravitationnelle. (D'après DNB 2017, annales zéro).

Une sonde spatiale frôle une planète selon deux scénarios. Chaque graphique représente l'évolution de la vitesse de la sonde spatiale dans le temps. En passant à l'arrière de la planète par rapport à son déplacement sur son orbite, la sonde exerce une attraction sur la planète qui diminue légèrement sa vitesse et son énergie cinétique ; par conservation, le transfert d'énergie profite à la sonde qui gagne de la vitesse après son passage. A l'inverse, en passant à l'avant de la planète, la sonde cède une partie de son énergie cinétique, ce qui lui fait perdre de la vitesse.

Situation A : La sonde accélère.



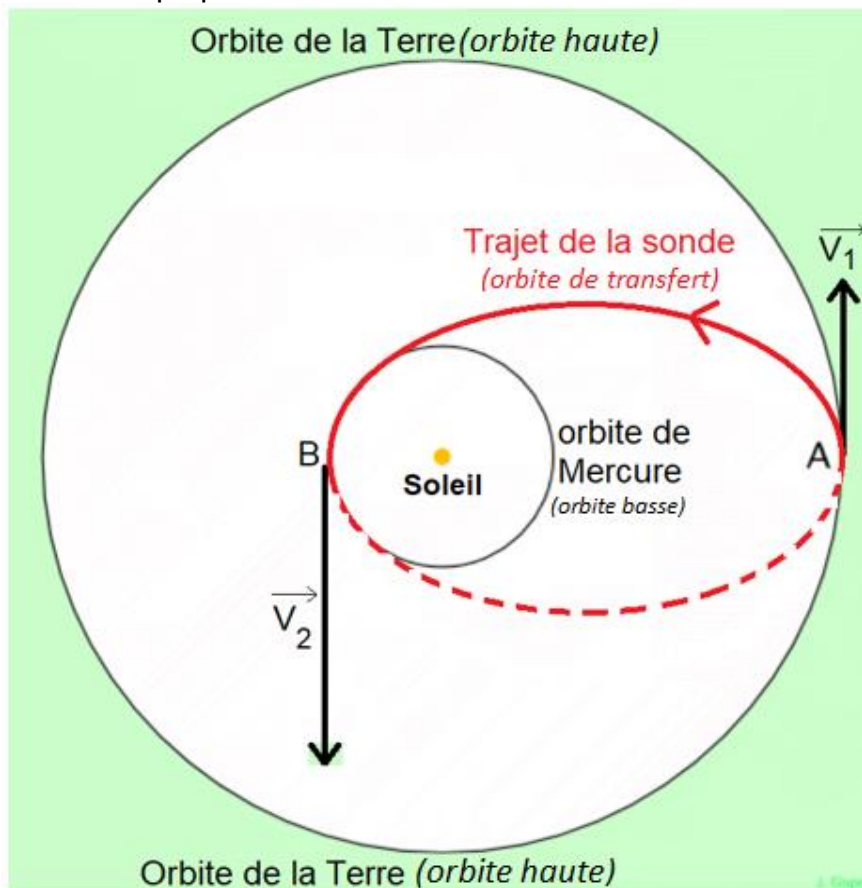
Situation B : La sonde ralentit.



2. Etude énergétique de la trajectoire de Hohmann.

Imaginons que la sonde BepiColombo ait dû faire un trajet direct...

A un instant donné, lorsque la sonde BepiColombo passe par le point A de son orbite haute, on modifie la valeur de sa vitesse, sans changer sa direction, jusqu'à une valeur V_1 . La sonde suit alors une trajectoire elliptique appelée trajectoire de Hohmann (**figure ci-dessous**). Le Soleil est l'un des foyers de l'orbite elliptique.



Lorsque la sonde arrive au point B de son orbite de transfert, elle a une vitesse V_2 . On modifie à nouveau la valeur de sa vitesse, sans changer sa direction, jusqu'à la valeur finale V_F qui permet au module de rester sur une orbite basse.

2.1. Enoncer la deuxième loi de Kepler. En quoi cette loi permet-elle de montrer que $V_1 < V_2$?

L'expression de l'énergie potentielle E_P de la sonde, définie à une constante près, est la suivante :

$$E_P = - \frac{G \cdot m \cdot M_S}{d}$$

|

avec m : Masse de la sonde
 $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$: Constante de gravitation
 $M_S = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$: Masse du Soleil
 d : Distance entre la sonde et le Soleil
 $R_T = 149,6 \times 10^9 \text{ m}$: Rayon de l'orbite terrestre
 $R_M = 57,9 \times 10^9 \text{ m}$: Rayon de l'orbite de Mercure.

2.2. Montrer que l'énergie potentielle $E_P(B)$ de la sonde au point B est plus petite que l'énergie $E_P(A)$ au point A.

2.3. Justifier que l'énergie mécanique de la sonde sur son orbite de transfert entre les points A et B ne varie pas.

- 2.4. En déduire si la variation d'énergie cinétique entre A et B est positive ou négative. Ce résultat est-il en accord avec la 2^{ème} loi de Kepler ?
- 2.5. Exprimer l'énergie mécanique de la sonde au point A en fonction de m , G , M_S , R_T et V_1 .
- 2.6.1. Supposons que la valeur de la vitesse V_1 est égale à $7,80 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$, déterminer la valeur de la vitesse V_2 .
- 2.6.2. Ce résultat est-il en accord avec les résultats précédents ?
- 2.6.3. Ce résultat semble-t-il en accord avec la phrase du document 1 qui indique que « dans notre cas, il va falloir beaucoup d'énergie pour freiner et ne pas « tomber » dans le Soleil ».

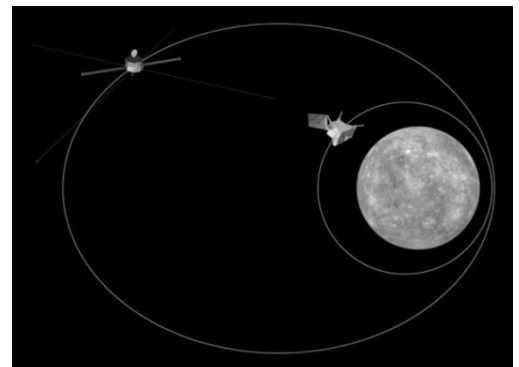
Partie C : Les deux modules en orbite autour de Mercure.

Document 3 : Informations sur les orbites des 2 sondes.

BepiColombo est constitué de deux sondes différentes pour remplir tous ses objectifs scientifiques.

Le **MPO** est une sonde stabilisée tournant autour de Mercure en orbite basse polaire faiblement elliptique (une altitude entre 480 km et 1500 km) pendant une durée de 2,3h. Il est développé sous la responsabilité de l'ESA et a pour objectifs les études de la surface, l'intérieur, l'exosphère et la magnétosphère de Mercure.

Le **MMO** est une sonde qui sera placée en orbite elliptique polaire de 590 km (*périhélie*) et 11640 km (*aphélie*) de la planète. Il est développé sous la responsabilité de la JAXA et est équipé d'un ensemble d'instruments destinés à étudier le vent solaire, la magnétosphère et la surface de la planète Mercure.



1. A l'aide des informations des documents, légender les deux orbites sur le schéma de l'ANNEXE 1 A RENDRE AVEC LA COPIE en indiquant « MMO » et « MPO ».

2.1. Exprimer et calculer la force d'interaction gravitationnelle $F_{S/MPO}$ que le Soleil exerce sur la sonde MPO en orbite autour de Mercure (on considèrera que la distance Mercure-Soleil est égale à la distance sonde-Soleil dans ce cas).

2.2. Exprimer et calculer la force d'interaction gravitationnelle $F_{M/MPO}$ que Mercure exerce sur la sonde MPO quand elle est à une altitude par rapport au sol de Mercure $h = 500 \text{ km}$. Ne pas oublier de considérer le rayon de la planète pour avoir la distance entre les centres de gravités des deux objets considérés.

2.3. Comparer ces deux forces.

Données :

- Masse du Soleil : $M_S = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$
- Masse de Mercure : $M_M = 3,285 \times 10^{23} \text{ kg}$
- Masse de la sonde MPO : $M_{MPO} = 400 \text{ kg}$
- Distance entre Mercure et le Soleil : $d = 57,91 \text{ millions km}$
- Constante de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$
- Rayon de Mercure : $R = 2440 \text{ km}$.

3. Rappeler la troisième loi de Kepler.

4.1. Déterminer la période de révolution T_M de Mercure autour du Soleil en utilisant la troisième loi de Kepler.

Données :

- Période de révolution de la Terre : $T_T = 365,256363$ j
- Demi-grand axe de l'orbite elliptique de la Terre : $a_T = 148\,597\,887,5$ km
- Demi-grand axe de l'orbite elliptique de Mercure : $a_M = 57\,909\,176$ km

4.2. Comparer votre valeur avec la valeur des tables qui est de 87,96934 j.

5.1. Placer sur le schéma, en ANNEXE 2 A RENDRE AVEC LA COPIE, les grandeurs suivantes :

- Altitude à l'aphélie de la sonde MMO : H_{aMMO}
- Altitude au périhélie de la sonde MMO : H_{pMMO}
- Demi-grand axe de l'ellipse de MMO : a_{MMO} .
- Grand axe de l'ellipse de MPO : $2a_{MMO}$.
- Rayon de Mercure : $R = 2440$ km.

5.2.1. En déduire une relation entre le demi-grand axe a_{MMO} de MMO, H_{aMMO} , H_{pMMO} et le rayon de Mercure.

5.2.2. Vérifier que le demi-grand axe de l'orbite de MMO vaut $a_{MMO} = 8555$ km. Pour cela utiliser les valeurs données dans le document 3.

5.3.1. En utilisant la 3^{ème} loi de Kepler, déterminer la période T_{MMO} de révolution de l'autre sonde (MPO), qui sera en orbite autour de Mercure.

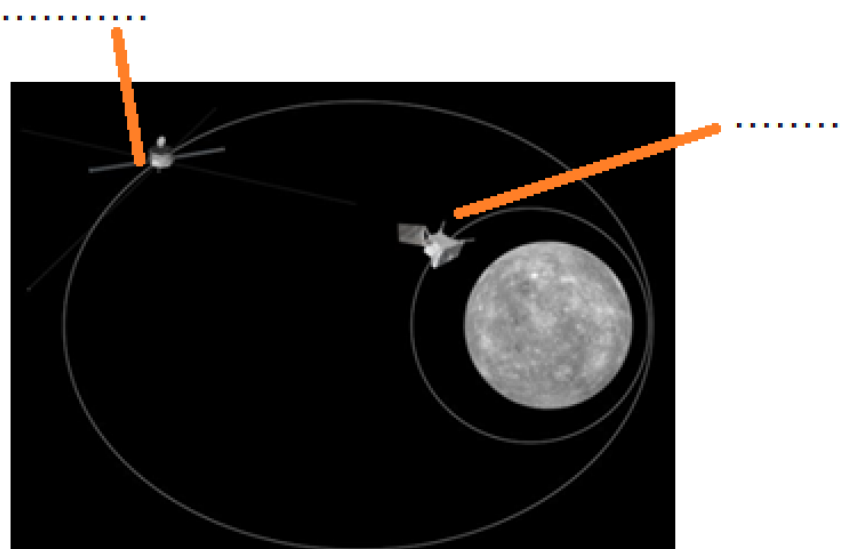
Données :

- Période de révolution de la sonde MPO : $T_{MPO} = 2,3$ h
- Le demi-grand axe de l'orbite de MPO est égal à : $a_{MPO} = 3430$ km.

5.3.2. Comparer votre valeur avec la valeur des tables qui est de 9,3h.

Annexe A rendre avec la copie

Annexe 1 :



Annexe 2 :

